

TENDENCIAS EN MODELACIÓN MATEMÁTICA EN LATINOAMÉRICA

Armando Solares Rojas¹, Armando Paulino Preciado Babb², Fredy Peña¹, Andrea Ortiz³, Marisol Sandoval Rosas³, Remedios Soriano Velasco³, Vicente Carrión Vázquez³, Mauricio Farrugia Fuentes⁴

¹Center for Research and Advanced Studies, Mexico; ²University of Calgary, Canada; ³National Pedagogical University, Mexico; ⁴Autonomous National University of Mexico
asolares@cinvestav.mx mau.farrugia@gmail.com

A lo largo de los años la modelación matemática ha ganado gran atención internacional, no sólo en la investigación sino también en el desarrollo de propuestas curriculares y en su implementación en salones de clases. Pero, a pesar de la muy extensa cantidad de publicaciones, existen pocas revisiones de literatura sistemáticas. En este reporte presentamos algunos resultados de una revisión de 485 publicaciones internacionales sobre modelación matemática. Nos centramos en las publicaciones que reportan estudios realizados en América Latina y encontramos que, en términos de la cantidad de publicaciones, la producción es relativamente modesta; sin embargo, la vitalidad de los temas actualmente discutidos y la innovación de sus perspectivas dan cuenta de la importancia que tiene el trabajo desarrollado en la región.

Keywords: Modelación matemática, Investigación documental, Investigaciones en América Latina

La Necesidad de una Revisión de la Literatura

La incorporación de la modelación matemática a los currículos de varios países tiene sus raíces en un movimiento de finales de los años 1950's, cuando defensores de la modelación pugnaron por restaurar el foco en la utilidad de las aplicaciones de las matemáticas en escuelas y universidades (Niss, Blum y Galbright, 2007).

Un momento clave para el movimiento internacional de la modelación matemática fue la inauguración de la *Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications*, organizada en 1983 por la *International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications* (ICTMA). Otro momento importante tuvo lugar en el año 2004 con la realización del estudio sobre Modelación Matemática organizado por la *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI). La publicación derivada de este ICMI Study (Blum, Galbraith, Henn y Niss, 2007) sigue siendo una referencia básica para la investigación en este tema. Desde entonces, los estudios en modelización se han incrementado significativamente ampliando los métodos e intereses más allá de las aproximaciones tradicionales (Stillman, Blum y Kaiser, 2017). No obstante, a pesar de la gran cantidad de publicaciones en educación sobre modelación matemática, son escasas las revisiones sistemáticas del estado del arte sobre el tema.

En la revisión efectuada por Kaiser y Sriraman (2006) se propone una clasificación de las investigaciones en la que se identifica seis perspectivas en modelación matemática: la *perspectiva realista* que tiene por objetivo resolver problemas de la vida real, más allá de las matemáticas; la *perspectiva epistemológica* que se centra en el desarrollo de teorías matemáticas e incluye modelos intra-matemáticos que son usados en la teoría matemática avanzada; la *perspectiva educacional* que considera que la modelación debe servir armoniosamente a propósitos prácticos, científicos y matemáticos; la *perspectiva contextual*, también llamada enfoque de modelación provocada (*model-eliciting*) que se centra actividades de resolución de

problemas usando principios de diseño instruccional específicos; la *perspectiva socio-crítica* que enfatiza la necesidad de desarrollar una postura crítica frente al rol y la naturaleza de los modelos matemáticos y su impacto en las problemáticas sociales; y la *perspectiva cognitiva* que es transversal a las anteriores y se centra en aspectos cognitivos de los procesos de modelación matemática.

A pesar de que la clasificación de Kaiser y Sriraman sigue siendo vigente, la gran cantidad de trabajos y de perspectivas producidos en la última década demanda actualizarla y ajustarla. En nuestra revisión de la literatura, retomamos esta clasificación para identificar y contrastar temas contemporáneos sobresalientes, para ello analizamos sistemáticamente algunas de las publicaciones internacionales más importantes, tanto en revistas como en libros, como describimos a continuación.

Metodología de la Revisión de Literatura

Nuestra revisión es resultado del trabajo realizado en un seminario interinstitucional en el que participamos investigadores, profesores y estudiantes de grado y de posgrado de universidades de México y Canadá. Identificamos una vasta cantidad de literatura y gran variedad de perspectivas en modelación matemática. También notamos que las revisiones sistemáticas, como la realizada por Frejd (2013), son muy escasas. Esta escasez definió nuestro interés en realizar nuestra propia revisión, la cual comenzamos a en el primer semestre del año 2017.

Desarrollamos nuestra revisión en dos etapas. En la primera, recurrimos a la base de datos *SpringerLink* y buscamos las palabras “modeling” o “modelling” en el título. Filtramos la búsqueda usando “education” como disciplina y “mathematics education” como subdisciplina. Los artículos que no se relacionaban con modelación matemática fueron eliminados. De esta manera obtuvimos una lista de 73 artículos. A pesar de las restricciones impuestas en esta primera búsqueda, consideramos que la lista es representativa de los artículos de modelación publicados en Springer ya que la búsqueda centrada en los títulos sugiere que la modelación matemática es el principal foco de interés de estos artículos. El análisis de los artículos de esta lista nos ayudó a clarificar y refinar nuestras categorías de análisis; además, nos permitió identificar otras publicaciones clave en libros y artículos de otras editoriales.

En la segunda etapa de nuestra revisión incluimos: (a) los artículos provenientes de números especiales de revistas de Springer y completamos la revisión de artículos publicados en 2017, que no habían sido incluidos antes (debido al traslape de tiempos de edición, sólo fueron consideradas las versiones preliminares publicadas en línea de los dos números especiales sobre modelación publicados por ZDM en 2018); (b) los artículos del *Journal for Research in Mathematics Education* (JRME); (c) los cinco libros derivados del ICTMA y publicados por Springer y el libro correspondiente al 14th *ICMI Study* (Blum et al, 2007); (d) los artículos de algunas revistas internacionales de investigación en español; (e) un libro publicado recientemente que reporta investigación latinoamericana sobre modelación matemática (Arrieta y Díaz, 2016); y (f) los reportes de investigación, presentaciones de grupos de trabajo y conferencias plenarias de los últimos 10 años de las memorias del PME-NA.

Elegimos incluir JRME porque, de acuerdo con Toerner and Arzarello (2012), es la revista de mayor importancia a nivel internacional en el área de la Educación Matemática, junto con *Educational Studies in Mathematics*. Incluimos las revistas en español y el libro sobre investigación latinoamericana para ampliar nuestra mirada más allá de las publicaciones realizadas en lengua inglesa. Las revistas en español seleccionadas fueron *Revista Educación Matemática* y *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, debido a que

se especializan en Educación Matemática, son relevantes en la región y pertenecen a índices internacionales prestigiosos (Scopus y JCR). Para la búsqueda de artículos en estas revistas se procedió con los mismos criterios que con las revistas en inglés.

En nuestro análisis nos concentramos en identificar aspectos metodológicos y teóricos de las investigaciones. Específicamente, ubicamos: propósitos de las investigaciones, población, instrumentos de levantamiento de datos, tipo de diseño metodológico (cualitativo, cuantitativo, mixto, etc.), perspectiva teórica y perspectiva de modelación, país donde se realiza la investigación y país de los autores, así como contenidos matemáticos abordados. Es necesario señalar, que el trabajo fue arduo pues muchas veces la definición de los aspectos teórico-metodológicos no está hecha explícitamente por los autores y hay que inferirlos de lo que se dice y hace en el artículo. Por ejemplo, para la definición de la perspectiva de modelización, partimos de las características señaladas por Kaiser y Sriraman (2006), identificamos los propósitos y elementos teóricos señalados en los artículos, cruzamos con las conclusiones y, finalmente, revisamos a los autores citados como referencias clave. Los artículos fueron revisados en paralelo por dos investigadores. En caso de diferencias en la determinación de las características, los investigadores se juntaron a revisar los detalles y tomar una decisión; los casos más difíciles se discutieron en reuniones plenarias. Los criterios de análisis fueron ajustados continuamente a lo largo de los meses que duró la revisión.

Un total de 485 documentos fueron revisados: 111 artículos de revistas de investigación, 341 capítulos de libros y 33 contribuciones del PME-NA. En el presente artículo reportamos los resultados de nuestro análisis sobre producción de América Latina en modelación matemática encontrados en estos documentos.

Tendencias y Producción en Modelación Matemática en América Latina

En contraste con la afirmación de Blum y Niss's (1991) de que la modelación matemática fue inicialmente desarrollada en regiones como Alemania y el Reino Unido, nuestra revisión revela actividad significativa en modelación matemática en América Latina desde los años 90's. De hecho, de acuerdo con Biembengut (2016) en el caso de Brasil esta actividad puede rastrearse hasta los años 70's. En nuestra revisión identificamos dos tendencias en las publicaciones sobre modelación matemática en América Latina: por una parte, la cantidad de producción es relativamente pequeña; pero, por otra parte, las aproximaciones y problemáticas abordadas presentan aproximaciones innovadoras para la investigación educativa en modelación matemática.

La Cantidad de Publicaciones

Identificamos en total 66 publicaciones de autores latinoamericanos del total de 485 que ubicamos en nuestra base de datos, es decir, aproximadamente el 13% de las publicaciones. En las publicaciones de lengua inglesa (las cuales fueron en total 454) identificamos 47 contribuciones de autores latinoamericanos (aproximadamente el 10%). La mayor parte de ellas pertenecen a capítulos de libro de la serie *International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (41 contribuciones). Estos capítulos representan aproximadamente 14% del total de los capítulos de la serie. Hay que señalar que una cantidad significativa de las investigaciones fueron reportadas en el volumen 2013 de la serie ICTMA (11 capítulos). Es posible que esto se deba a que en ese año la conferencia del ICTMA fue realizada en Brasil.

Respecto a las aproximaciones y problemáticas abordadas, encontramos que gran parte de las investigaciones latinoamericanas son de tipo cualitativo (21 publicaciones), incluyendo metodologías de estudios de caso y etnográficas; además, la mayor parte de las investigaciones

se realiza en los niveles de secundaria, post-secundaria y formación inicial de profesores. También es importante señalar que la perspectiva socio-crítica aglutina al conjunto más numeroso de investigaciones latinoamericanas publicadas en lengua inglesa (8 publicaciones). La presencia de investigaciones realizadas bajo la perspectiva contextual también es significativa (6 publicaciones).

En las publicaciones realizadas en lengua española identificamos en total 15 contribuciones de autores latinoamericanos, la mayor parte de las cuales involucra a autores mexicanos (10 publicaciones). La mayoría de estas investigaciones se realizó en los niveles de secundaria y post-secundaria (10 investigaciones) y prácticamente todas son de tipo cualitativo (14 publicaciones). El conjunto más numeroso de investigaciones latinoamericanas (8 publicaciones) se ubica en las perspectivas socio-crítica y la educacional. Es necesario señalar que hay 4 investigaciones que no pudimos clasificar debido a que los autores no mencionan su adherencia a alguna de las perspectivas, ni encontramos las características que permiten clasificarlas (Kaiser y Sriraman, 2006; Preciado-Babb et al., 2018).

Finalmente, respecto a nuestra revisión de las memorias de los 10 últimos años de PME-NA, es importante señalar que con nuestros criterios de búsqueda ubicamos únicamente 4 contribuciones que involucren a autores latinoamericanos: dos del grupo de trabajo en “Models and Modeling” (2016 y 2017), el foro de investigación “Mathematical Modeling in School Education” (2014) y un reporte de investigación (2009).

Aproximaciones, Propósitos y Temas Innovadores en Modelación Matemática

Aunque numéricamente son pocas, las investigaciones latinoamericanas que identificamos tienen tendencias innovadoras en problemáticas y aproximaciones; en particular, enfatizan los aspectos sociales y culturales de la educación en modelación.

Al respecto, Stillman, Blum y Biembengut (2015) identificaron elementos de “a unique Latin American perspective to modelling” en el trabajo del autor brasileño Ubiratan D’Ambrosio, quien discute la generación de conocimiento (cognición), su organización individual y social (epistemología) y los modos en que es confiscado, institucionalizado y devuelto a las personas que lo generan (política). Su aproximación a la modelación matemática extiende la perspectiva socio-crítica y constituye una estrategia para la construcción de sistemas de conocimiento en contextos culturales diversos. D’Ambrosio señala:

Through models, humans try to give explanations of myths and mysteries, and these explanations are organized as arts, techniques, theories, as strategies to explain and deal with facts and phenomena. These strategies, have been historically organized, in different groups, in different spatial and temporal contexts, which are the support of cultures, as systems of knowledge. (D’Ambrosio, 2015, p. 43)

Otra tendencia de la modelación en América Latina corresponde a las investigaciones reportadas como socio-epistemológicas (ver por ejemplo Arrieta Vera y Díaz Moreno, 2016). Esta aproximación comprende la modelación matemática en términos de prácticas sociales, tanto escolares como en las matemáticas formales.

Es importante señalar también que entre las investigaciones mexicanas reportadas resultan significativas las realizadas en el nivel de educación superior y específicamente en la formación de ingenieros (Domínguez, de la Garza y Zavala, 2015; Rodríguez, 2015).

Sobre los Propósitos de la Modelación Matemática

La revisión de los artículos y capítulos de libro permitió identificar propósitos de la modelación que extienden la lista propuesta por Kaiser y Sriraman (2006), ver Tabla 1 (la discusión detallada de la extensión de estos propósitos se hace en un reporte de investigación

presentado por Preciado-Babb et al., (2018). En la parte inferior de esta tabla presentamos los propósitos característicos de las perspectivas epistemológicas y crítica-social, notables en publicaciones de América Latina.

Tabla 1: Propósitos de la modelación matemática

Propósitos	Ejemplos
Aprender contenidos matemáticos	Álgebra, Geometría, Cálculo, Estadística
Aplicar matemáticas	Resolución de problemas
Aprender otras disciplinas	Química, Biología, Economía, Ciencias de la salud
Investigar sobre la conducta	Investigación sobre aprendizaje en ambientes virtuales
Diseñar ambientes de aprendizaje	Diseño de simuladores y ambientes virtuales de aprendizaje
Desarrollo de competencias de modelación	Elementos de modelación, criterios para determinar la calidad de la modelación matemática
Desarrollar habilidades de aprendizaje	Generalizar la solución de un problema a problemas similares
Propósitos específicos de los estudios latinoamericanos	
Generar teoría matemática	Comprensión conceptual y prueba matemática
Desarrollar pensamiento crítico	Juzgar modelos usados en la vida diaria; cuestionar los propósitos y los supuestos de diferentes modelos
Comprender las matemáticas como una disciplina	Aspectos históricos, sociales y políticos de las matemáticas como una disciplina
Desarrollar conciencia de problemas sociales y globales	Crear y criticar modelos usados para predecir crecimiento económico, calentamiento global, recaudación fiscal
Promover actitudes participativas	Comprometerse en la solución de problemas reales y la toma de decisiones dentro de la comunidad
Promover la cultura de la innovación	Crear soluciones para clientes, programar software para distintas audiencias
Participación en estrategias de emancipación	Descolonización, prácticas culturales en matemáticas y modelación matemática

De esta tabla se puede destacar que varios de los propósitos característicos en las perspectivas latinoamericanas buscan modificar entornos específicos, y promueven culturas de innovación y actitudes participativas. Por ejemplo, Orey y Rosa (2017) reportan tareas que abordan problemáticas reales de tarifas de transporte público con lo cual los autores no solo abordan un problema auténtico, sino que también buscan proponer soluciones que orienten la toma de decisiones de la comunidad afectada.

Contribuciones a Temas en Debate

Uno de los temas en que los estudios latinoamericanos han contribuido ampliamente es el relacionado con el reciente debate sobre las nociones de “autenticidad” y “mundo real”. Desde la llamada perspectiva realista, Kaiser y Sriraman (2006) afirman que los procesos de modelación

se realizan como harían los matemáticos y científicos en la práctica. En este sentido, la autenticidad del conocimiento generado en el salón de clases puede considerarse a partir de su analogía con la actividad científica. Sin embargo, Jablonka (2007) ha sugerido que la recontextualización de prácticas de modelación de fenómenos científicos es problemática porque “causes a transformation of the unmediated discourses found in out-of-school practices of mathematical modelling, even though a modelling perspective overcomes the philosophy of naive realism encapsulated in traditional word problems” (Jablonka, 2007, p. 196).

Respecto a este debate, han surgido varias posiciones a las que se han sumado las investigaciones latinoamericanas. Por ejemplo, una propuesta consiste en considerar los elementos de la modelación auténtica dentro de algunas tareas específicas, y no para todo el ciclo de modelación. Al respecto, Silva Soares (2015) considera la modelación como una perspectiva de enseñanza en la cual los estudiantes analizan modelos ya existentes en lugar de crear algún modelo a partir de datos reales; es decir, no se comienza con el “mundo real”.

Más recientemente, Carreira y Baioa (2017) participan en este debate introduciendo el concepto de “credibilidad” de las tareas matemáticas. Mientras que otros autores consideran que las situaciones de la “vida real” tienen potencial para convertirse en situaciones de aprendizaje atractivas, el enfoque de la credibilidad coloca la relevancia a nivel personal para los estudiantes. Finalmente, otros trabajos en Latinoamérica han usado simulaciones computacionales como modelos para enseñar contenidos matemáticos y científicos específicos (por ejemplo, Gomes Neves, Carvalho y Duarte, 2011). Aunque quizás los estudiantes no se involucren con datos reales, en estos casos sí pueden hacer experimentos con el comportamiento de los modelos y aprender tanto contenidos matemáticos como extra-matemáticos.

Reflexiones Finales

Este reporte complementa otros estados del arte y se centra en las contribuciones que sobre modelación matemática se han realizado por investigadores de América Latina. Encontramos que, en términos de la cantidad de publicaciones, la producción sobre modelación realizada en Latinoamérica es relativamente modesta: aproximadamente el 10% de las revistas de investigación en lengua inglesa revisadas y 12% de las contribuciones en las memorias de los últimos 10 años del PME-NA (reportes de investigación, grupos de trabajo y conferencias plenarias). Sin embargo, de nuestra revisión se deriva también que hay una riqueza de temas y perspectivas innovadoras en los estudios sobre modelación matemática que se realizan en América Latina. Cabe destacar en particular, la tendencia a realizar estudios que enfatizan las influencias sociales y culturales de la educación en modelación. Esta tendencia se refleja tanto en la adopción de perspectivas innovadoras (como la de U. D'Ambrosio), como en la identificación de propósitos comunes a un amplio número de investigaciones latinoamericanas.

Consideramos que las cantidades modestas de las publicaciones sobre modelación no se deben únicamente a un problema de lengua (publicaciones en inglés en relación a publicaciones en español), pues la mayor cantidad de publicaciones realizadas por investigadores latinoamericanos está hecha en publicaciones en inglés (aproximadamente el 77%). Además, la vitalidad de los temas actualmente discutidos en América Latina da cuenta de la importancia que está cobrando el trabajo en modelación matemática en la región. Pensamos que es necesario promover la realización de más investigaciones en los temas y perspectivas identificadas, pero también difundir el importante trabajo regional ya desarrollado.

LATINAMERICAN TRENDS IN MATHEMATICAL MODELING

Throughout the years, Mathematical Modeling has gained international attention, not only in research but also in the development of curricula and its applications in the classroom. However, systematic literary surveys are scarce. In this paper, we present some findings from a survey of 485 international publications related to different aspects of mathematical modeling. While the number of Latin-American publications is rather small compared to the number of international publications, the vitality of the currently discussed themes in this region and their innovative perspectives testify to the international relevance of this developed work on mathematical modeling.

Need for a Survey

The incorporation of mathematical modeling into the curricula has its roots in a movement in the late 1950s, when modeling advocates attempted to restore focus on the utility and applications of mathematics in schools and universities (Niss, Blum y Galbright, 2007).

A key moment for this international movement was the inauguration of the biennial *Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications* in 1983, organized by the *International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications* (ICTMA). Another important moment took place in 2004 with the study on Mathematical Modeling organized by the *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI). The publication derived from this ICMI Study (Blum, Galbraith, Henn y Niss, 2007) continues to be a basic reference for research in this subject. Since then, international research has increased significantly, and research methods and focuses have extended beyond traditional approaches (Stillman, Blum y Kaiser, 2017). Despite the large number of publications on mathematical modeling in education, systematic reviews of the literature are scarce.

In their review, Kaiser and Sriraman (2006) proposed a classification identifying six perspectives on mathematical modeling research: the *realistic* perspective aims to solve real-life problems beyond mathematics; the *epistemological* perspective focuses on the development of mathematical theories, and includes intra-mathematical models that are used to advance theory in mathematics; the *educational* perspective considers different aims for modeling that serve scientific, mathematical and pragmatic purposes harmoniously; the *contextual* perspective, also called the model-eliciting approach, focuses on problem-solving activities constructed using specific instructional design principles; the *socio-critical* perspective emphasizes the need to develop a critical stance towards the role and nature of mathematical models, as well as their impact on social issues; and the *cognitive* perspective on modeling is transversal to the previous five and focuses on cognitive aspects of the mathematical modeling process.

Although Kaiser and Sriraman's classification is still in use, the large amount of work and perspectives produced in the last decade demands updating and adjusting it. In our review of the literature, we retake this classification to identify and contrast outstanding contemporary issues for which we systematically analyze some of the most important international publications, both in journal and book form, as described below.

Literature Review Methodology

This survey is the result of a seminar consisting of graduate and undergraduate students and educators from universities in Mexico and Canada. We identified multiple perspectives on

modeling and found the literature on this topic to be vast. We also noticed that systematic reviews, such as the one conducted by Frejd (2013), were scarce. This influenced our decision to conduct our own review, which we started at the beginning of the year 2017.

We conducted the review in two stages. In the first stage, we searched peer-reviewed articles with ‘modeling’ or ‘modelling’ in the title through the SpringerLink database. Then, we refined the search using ‘Education’ as discipline and ‘Mathematics Education’ as subdiscipline. Articles that did not relate to mathematical modeling were excluded, resulting in a list with 73 articles. Despite the restrictions imposed in this first search, we consider that this list is representative of the modeling articles published in Springer because the use of these key words in the titles suggests that mathematical modeling was a main focus for the selected articles. The analysis of the articles in this list helped us to clarify and refine the categories that guided the review, and it also allowed us to identify key publications in books and articles from other publishers.

In the second stage of the review we included: (a) articles from the special issues on mathematical modeling, as well as articles published in 2017 not included previously (due to the overlap of editing times, we only considered Online First versions of the two special issues on modeling published by ZDM in 2018); (b) articles from the *Journal for Research in Mathematics Education* (JRME); (c) five books related to ICTMA and the 14th ICMI Study (Blum et al., 2007); (d) articles from journals on mathematics education published in Spanish; (e) a recent Latin-American book addressing research on mathematical modeling (Arrieta & Díaz, 2016); and (f) research reports, presentations of working groups, and plenary conferences from the last 10 years in the proceedings of PME-NA.

We chose *JRME* because it is at the top of the list of journals identified by Toerner and Arzarello (2012), along with *Educational Studies in Mathematics*. The same search criteria for the titles used in the first stage was followed to search articles in this journal. We included the Spanish journals and the Latin-American book to extend the scope of the review beyond publications in English. The selected journals were *Revista Educación Matemática* and *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, because they are specialized in mathematics education, are relevant among the Spanish journals, and appear in prestigious international indexes (Scopus and JCR). For the search in these journals, we proceeded with the same criteria as with the English journals.

In our analysis we focused on identifying methodological and theoretical aspects of the research. Specifically, we identified: research objectives, target populations, data collection instruments, type of methodological design (qualitative, quantitative, mixed, etc.), theoretical and modeling perspectives, country where research was carried out and authors’ country of residence, and mathematical themes.

It is necessary to point out that the work was arduous: often, authors did not explicitly state the theoretical-methodological underpinnings of their work and we had to infer these from the content. For example, for the definition of the perspective of modeling, we started from the characteristics pointed out by Kaiser and Sriraman (2006); then, we identified the purposes and theoretical elements indicated in the articles, triangulated this information with the conclusions, and, finally, considered the cited authors as key indicators.

Papers were also reviewed in parallel by two researchers. In case of differences in their analysis, the researchers reviewed the details together in order to come to a consensual decision; the most difficult cases were discussed in plenary meetings. The analysis criteria were adjusted continuously throughout the months when the review was conducted.

A total of 485 documents were included for this paper: 111 journal articles, 341 book chapters, and 33 PME-NA papers. Here, we report the results of our analysis of Latin American contributions to mathematical modeling found in these documents.

Latin American Trends in and Contributions to Mathematical Modeling Literature

In contrast to Blum and Niss's (1991) assertion that mathematical modeling was initially developed in regions such as Germany and the United Kingdom, our review reveals significant activity in mathematical modeling in Latin America since the 1990s. In fact, according to Biembengut (2016), this activity can be traced back to the 1970s in the case of Brazil. In our review, we identified two trends in publications on mathematical modeling in Latin America: on the one hand, the number of publications is relatively small; but, on the other hand, the approaches and problems addressed present innovative approaches for educational research in mathematical modeling.

Number of Publications

We identified a total of 66 publications by Latin American authors out of 485 documents in our database — approximately 13% of all the publications.

In the English publications (454 in total), we identified 47 contributions from Latin American authors (approximately 10%). Most were book chapters in the series *International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (41 contributions). These represent approximately 14% of the total chapters that constitute the series. It should be noted that a significant number of studies was reported in the 2013 ICTMA volume (11 chapters). This is possibly related to the fact that the ICTMA conference was held in Brazil that year.

Regarding the approaches and problems addressed in the surveyed documents, we find that a large amount of Latin American research is qualitative (21 publications), including case study and ethnographic methodologies. In addition, most of the research deals with secondary and post-secondary education, and initial teacher training. It is also important to note that the socio-critical perspective brings together the largest group of Latin American research published in English (8 publications). The presence of research carried out under the contextual perspective is also significant (6 publications).

Within the category of articles published in Spanish, we identified 15 contributions from Latin American authors, most involving Mexican authors (10 publications). The majority of these studies focus on secondary and post-secondary levels (10 publications) and practically all are qualitative (14 publications). Most of the research (8 publications) assume socio-critical and educational perspectives. It is necessary to note that we could not classify four publications because the authors did not mention their adherence to any of the perspectives, and we could not identify particular classification characteristics (Kaiser & Sriraman, 2006; Preciado-Babb et al., 2018).

Finally, regarding our review of the last 10 years of the PME-NA proceedings, our search criteria only allowed us to find four contributions involving Latin American authors: two from the working group in “Models and Modeling” (2016 and 2017); a research forum “Mathematical Modeling in School Education” (2014); and a research report (2009).

Approaches, Purposes and Innovative Themes on Mathematical Modeling

Despite the reduced number of publications, the Latin American studies identified in our survey propose innovative ideas regarding addressed issues and approaches. They particularly emphasize the social and cultural aspects of education in modeling.

Stillman, Blum, and Biembengut (2015) identified elements of a unique Latin American perspective to modelling in the work of Brazilian author, Ubiratan D'Ambrosio, who discusses

knowledge generation (cognition), its individual and social organization (epistemology), and the way it is confiscated, institutionalized and given back to the people who generated it (politics). This approach to mathematical modeling extends the socio-critical perspective and is a strategy for building up systems of knowledge in different cultural environments. As D'Ambrosio notes:

Through models, humans try to give explanations of myths and mysteries, and these explanations are organized as arts, techniques, theories, as strategies to explain and deal with facts and phenomena. These strategies, have been historically organized, in different groups, in different spatial and temporal contexts, which are the support of cultures, as systems of knowledge. (D'Ambrosio, 2015, p. 43)

Another Latin American modeling trend corresponds to research reported as socio-epistemological (see, for instance, Arrieta & Díaz, 2016). This approach understands mathematical modeling in terms of social practices, both in school and in formal mathematics. The studies carried out at institutions of higher education, specifically in the training of engineers, stand out among the Mexican publications (Domínguez, de la Garza y Zavala, 2015; Rodríguez, 2015).

Purposes of Mathematical Modeling

Our review of articles and book chapters allowed us to identify some modeling purposes that extend the list proposed by Kaiser and Sriraman (2006) as presented in Table 1 (a detailed discussion of this extended list is presented by Preciado-Babb et al. (2018). In the lower part of Table 1 we present the characteristic purposes of the epistemological and critical-social perspectives notable in Latin American publications.

Table 1: Purposes of mathematical modeling

Purposes To:	Examples
Learn mathematics content	Algebra, Geometry, Calculus, Statistics
Apply mathematics	Problem solving
Learn other disciplines	Chemistry, Biology, Finances, Health Care
Conduct research	Research on learning in virtual environments
Design learning environments	Design simulators and virtual environments for learning purposes
Develop modeling competencies	Elements of modeling; criteria for quality in mathematical modeling
Develop learning skills	Generalize the solution of a problem to other similar problems
Specific purposes of Latin American studies	
To:	
Generate mathematical theory	Conceptual understanding; mathematical proof
Develop critical thinking skills	Judge models used in daily life; question purpose and assumptions of different models

Understand mathematics as a discipline	Historical, social and political aspects of mathematics as a discipline
Develop awareness of social and global issues	Create and critique models used to predict economic growth, global warming, tax revenue, etc.
Promote a participatory attitude	Engage in addressing real problems and decision-making within the community
Promote a culture of innovation	Create something for a customer; create program software for an audience
Engage in emancipation strategies	Decolonization initiatives; cultural practices in mathematics and mathematical modeling

From Table 1, it is worth mentioning that several of the Latin American purposes seek to modify specific environments and promote cultures of innovation and participative attitudes. For example, Orey and Rosa (2017) reported a task addressing a real issue of tariffs in public transportation. Through their study, the authors not only addressed a real problem but also sought to propose solutions that guide the decision-making of the affected community.

Emergent Discussion Themes

Latin American studies have contributed extensively to the recent debate on the notions of ‘authenticity’ and ‘real world’. Regarding the realistic perspective, Kaiser and Sriraman (2006) claimed that modeling processes are carried out in a similar way to what mathematicians and scientists would do in practice. In this sense, the authenticity of the knowledge generated in the classroom can be considered based on its analogy with the scientific activity. However, Jablonka (2007) has suggested that recontextualization of modeling practices of scientific phenomena is problematic because it “causes a transformation of the unmediated discourses found in out-of-school practices of mathematical modeling, even though a modeling perspective overcomes the philosophy of naive realism encapsulated in traditional word problems” (Jablonka, 2007, p. 196).

Regarding this debate, several positions have emerged — and Latin American research has contributed to the discussion. For instance, one position is to consider the elements of authentic modeling within some specific tasks, not including the whole process of modeling. In this respect, Silva Soares (2015) suggested *model analysis* as a teaching approach in which students analyze an already existing model instead of creating a model from real data — in other words, it is not necessary to begin with the ‘real world.’

Most recently, Carreira and Baioa (2017) participated in this debate introducing the concept of ‘credibility’ of mathematical tasks. While authors have argued that real life situations have the potential to make the learning experience more attractive, this focus on credibility places the relevance at a personal level for students.

Finally, other Latin American studies have focused on computer simulations as models to teach specific mathematical and scientific content (e.g. Gomes, Carvalho & Duarte, 2011). While students may not engage with real data when using a simulator, they can experiment within the model and learn both mathematical and extra-mathematical content.

Final Remarks

This report complements other reviews of the state of the art focusing on the contributions made by Latin American researchers to mathematical modeling. We found that, in terms of number of publications, Latin American production on modeling is relatively modest:

approximately 10% of the contributions in English research journals and 12% of the reports from last 10 years of PME-NA (research reports, working groups and plenary conferences). However, we also found richness of innovative themes and perspectives in Latin American studies. It is particularly noteworthy the tendency to conduct studies that emphasize the social and cultural influences of modeling education. This trend is reflected both in the adoption of innovative perspectives (such as that of D'Ambrosio), and in the identification of the common purposes of a large number of Latin American research projects.

We consider that the modest number of publications is not solely due to language issues (English publications compared to Spanish publications), since we found that the largest number of Latin American research is published in English (approximately 77%). In addition, the vitality of the currently discussed themes in Latin America reveals the importance that mathematical modeling is gaining in this region. We think that it is necessary not only to promote more research in the identified topics and perspectives, but also to disseminate the significant regional work already developed.

References

- Arrieta Vera, J. & Díaz Moreno, L. (Eds.) (2016). *Investigaciones latinoamericanas en modelación: Matemática educativa*. Barcelona, Spain: Gedisa.
- Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H., & Niss, M. (Eds.) (2007). *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study*. New York, NY: Springer-Verlag.
- Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects: State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37-68.
- Campbell, S. R. (2013). Mathematical modeling and virtual environments. In R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines, & A. Hurford (Eds.), *Modeling students' mathematical modeling competencies: ICTMA 13* (pp. 583-583). New York, NY: Springer.
- Carreira, S., & Baioa, A. M. (2017). Mathematical modelling with hands-on experimental tasks: On the student's sense of credibility. *ZDM Mathematics Education*. Retrieved from <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0905-1>
- D'Ambrosio, U. (2015). Mathematical Modelling as a Strategy for Building-Up Systems of Knowledge in Different Cultural Environments. In G. A. Stillman, W. Blum, & M. S. Biembengut (Eds.), *Mathematical modelling in education research and practice: Cultural, social and cognitive influences* (pp. 36-4). New York, NY: Springer.
- Domínguez, A., de la Garza, J., y Zavala, G. (2015). Models and Modelling in an Integrated Physics and Mathematics Course. In G. A. Stillman, W. Blum, & M. S. Biembengut (Eds.), *Mathematical modelling in education research and practice: Cultural, social and cognitive influences* (pp. 513-522). New York, NY: Springer.
- Frejd, P. (2013). Modes of modelling assessment—A literature review. *Educational Studies in Mathematics*, 84(3), 413-438.
- Gomes Neves, R., Carvalho Silva, J., and Duarte Teodoro, V. (2011). Improving Learning in science and mathematics with exploratory and interactive computational modelling. In Kaiser, G., Blum, W., Borromeo Ferri, R., & Stillman, G. A. (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling: ICTMA 14* (pp. 331-339). New York, NY: Springer.
- Jablonka, E. (2007). The relevance of modelling and applications: Relevant to whom and for what purposes? In W. Blum, P. L. Galbraith, H.W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 193-200). New York: Springer.
- Kaiser, G., & Sriraman, H. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, 38(3), 302-310.
- Niss, M., Blum, W., & Galbraith, P. (2007). Introduction. In W. Blum, P. Galbraith, H.W. Henn & M. Niss. (Eds.) (2007), *Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI study* (pp. 3-32). New York, NY: Springer.
- Orey D.C. & Rosa, M. (2017). Mathematical modelling in a long-distance teacher education in Brazil: Democratizing mathematics. In G. A. Stillman, W. Blum, & G. Kaiser (Eds.), *Mathematical modelling and applications: Crossing and researching boundaries in mathematics education* (pp. 577-586). New York, NY: Springer.

- Perrenet, J., Zwaneveld, B., Overveld, K., & Borghuis, T. (2017). Quality criteria for mathematical models in relation to models' purposes: Their usefulness in engineering education. In G. A. Stillman, W. Blum, & G. Kaiser (Eds.), *Mathematical modelling and applications: Crossing and researching boundaries in mathematics education*, (pp. 141-152). New York, NY: Springer.
- Preciado-Babb, A.P., Solares-Rojas, A., Peña, F., Ortiz, A., Sandoval, M., Soriano, R., Carrión, V. & Farrugia, M. (2018). Exploring perspectives on mathematical modelling: a literature survey. In *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Umeå, Sweden: PME.
- Rodríguez Gallegos, R. (2015). A Differential Equations Course for Engineers Through Modelling and Technology. In G. A. Stillman, W. Blum, & M. S. Biembengut (Eds.), *Mathematical modelling in education research and practice: Cultural, social and cognitive influences* (pp. 545-555). New York, NY: Springer.
- Salett Biembengut, M. (2016). Modelaje matemático en la educación brasileña: Historia de la ideas e ideas de las historias. In J. Arrieta Vera & L. Díaz Moreno, (Eds.), *Investigaciones latinoamericanas en modelación: Matemática educativa* (pp. 89-108). Barcelona, Spain: Gedisa.
- Silva Soares, D. (2015). Model analysis with digital technology: A “hybrid approach.” In G. Kaiser & G. A. Stillman (Eds.), *International perspectives on the teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 453-463). New York, NY: Springer.
- Stillman, G. A., Blum, W., & Biembengut, M. S. (2015). Cultural, social, cognitive and research influences on mathematical modelling education. In G. A. Stillman, W. Blum, & M. S. Biembengut (Eds.), *Mathematical modelling in education research and practice: Cultural, social and cognitive influences* (pp. 1-32). New York, NY: Springer.
- Stillman, G. A., Blum, W., & Kaiser, G. (Eds.). (2017). Mathematical modelling and applications: Crossing and researching boundaries in mathematics education. In G. Kaiser & G. A. Stillman (Eds.), *International perspectives on the teaching and learning of mathematical modelling*. New York, NY: Springer.
- Toerner, G., & Arzarello, A. (2012, December). Grading mathematics education research journals. *European Mathematical Society Newsletter* (86), 52-54. Zürich, Switzerland: European Mathematical Society.
- Vos, P. (2011). What is ‘authentic’ in the teaching and learning of mathematical modeling? In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. A. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling: ICTMA 14* (pp. 712-722). New York, NY: Springer.